

Онышкевич В.М., Гапалък К.О. Имитационное моделирование стохастичности протекания эколого-экономических процессов

Проанализированы предпосылки учета эколого-экономических противоречий при имитационном моделировании глобальных процессов. Выяснена потребность в прогнозировании влияния экологического эффекта на экономические результаты материального производства и непродуцированной сферы. С целью отображения случайного характера изменения основных эколого-экономических факторов развития общества предложено учитывать стохастичность при математическом моделировании таких процессов. На основании модели Дж. Форрестера в соответствующие дифференциальные уравнения введены некоторые стохастические коэффициенты, характеризующие вероятности протекания определенных процессов и явлений. В частных случаях при граничных значениях стохастических коэффициентов получен аналог кривых исходной модели. Сделаны выводы относительно прогнозируемых тенденций развития, приведены соответствующие графики.

Ключевые слова: имитационная модель, экологическая экономика, стохастические факторы, система дифференциальных уравнений.

Onyshkevych V.M., Gapalyak Ch.O. Simulation modeling of stochastic running of environmental economic processes

Prerequisites to accounting for environmental and economic contradictions in simulation modeling of global processes have been examined. The necessity of predicting environmental effects on economic results of the material production and non-material sphere is motivated. For the purpose of demonstrating a random character of changes in the main environmental and economic factors of the human society development, it has been suggested that stochasticity should be taken into account in mathematical modeling of such processes. On the basis of the J. Forrester model, certain stochastic factors have been introduced into corresponding differential equations to characterize the probability of occurrence of certain processes and phenomena. In some instances, the analog of curves of the source model was obtained at boundary values of stochastic factors. Certain conclusions have been made concerning the predicted tendencies of development and relevant plots are presented.

Keywords: simulation model, environmental economics, stochastic factors, system of differential equations.

УДК 539.3 **Викл. Д.М. Неспляк; доц. Т.В. Магеровська, канд. фіз.-мат. наук – Львівський ДУВС**

**МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТІ
З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ПРОМІЖНОЇ ТОЧКИ
ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПРИРОСТІВ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ**

Викладено методику якісного дослідження числового розв'язку нестационарної задачі термопластичності із використанням методу проміжної точки для визначення скінченних приростів пластичних деформацій. Показано узгодженість результатів, отриманих за представленою безумовно стійкою числовою схемою, із аналітичним розв'язком. Визначено ефективність запропонованої безумовно стійкої числової схеми для задачі термопластичні з використанням методу проміжної точки для визначення скінченних приростів пластичних деформацій у товстостінній трубі під дією внутрішнього тиску та отримано нові якісні висновки.

Ключові слова: метод проміжної точки, метод Ньютона-Рафсона, задача термопластичності, метод скінченних елементів, безумовно стійка числова схема.

Актуальність проблеми та огляд основних результатів. Використання методу проміжної точки для визначення приростів пластичних деформацій в

ітераційному процесі Ньютона-Рафсона розглянуто у працях J.C. Simo, R.K. Taylor, I.C. Mухи та P.I. Кісіля [2, 3, 8]. Розв'язування задач термопластичності з використанням методу проміжної точки для визначення приростів пластичних деформацій в ітераційному процесі Ньютона-Рафсона викладено у працях [4-7]. Дослідження ефективності безумовно стійкої числової схеми для задачі термопластичні із використанням методу проміжної точки для визначення приростів пластичних деформацій у товстостінній трубі під дією внутрішнього тиску є складною і актуальною задачею.

Постановка задачі. Формулювання результату. Розглянемо процес деформування твердого ізотропного тіла, яке знаходиться в об'ємі V , обмежене поверхнею S та піддається одночасній дії силових і теплових навантажень, які не призводять до втрати його стійкості. Використаємо математичну модель, що ґрунтується на теорії нелінійної незв'язної термопластичності під час нестационарного теплового процесу і теорії неізотермічного пружнопластичного течіння. При цьому будемо враховувати залежність теплофізичних і механічних властивостей матеріалу від температури. Припустимо, що процеси термосилового деформування відбуваються достатньо повільно, що дає змогу використовувати квазістатичні співвідношення термодинаміки. Рівновагу тіла будемо визначати, виходячи з принципу віртуальних робіт.

Фізичні співвідношення запишемо у вигляді узагальненого закону Гука

$$\sigma_{ij}(\bar{u}, T) = a_{ijks}(T) \varepsilon_{ks}^e(\bar{u}, T), \quad (1)$$

де: $a_{ijks}(T)$ – компоненти матриці пружних констант матеріалу A при значенні температури T , $\hat{\varepsilon}^e = \hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}^p - \hat{\varepsilon}^{th}$ – пружна складова тензора деформацій, $\hat{\varepsilon}^p$ – пластична складова, $\hat{\varepsilon}^{th}$ – температурна складова.

Цілісний процес навантаження розділимо на достатньо малі етапи, кількість і тривалість яких дає змогу з необхідною точністю описати процес деформування як квазістатичний. Нехай задача теплопровідності [4] вже розв'язана, і відомий розподіл поля температури $\overset{\circ}{T}^{(m)}$ у моменти часу τ_m . Припустимо далі, що розв'язана і задача про деформування тіла у момент часу τ_m та у попередні моменти. Тоді у тілі, яке знаходиться у стані рівноваги, присутні переміщення точок $\overset{\circ}{u}^{(m)}$, повні деформації $\overset{\circ}{\varepsilon}^{(m)}$ і напруження $\overset{\circ}{\sigma}^{(m)}$, які виникли під дією температурного поля $\overset{\circ}{T}^{(m)}$, масових сил $\overset{\circ}{Q}^{(m)}$ і поверхневих навантажень $\overset{\circ}{\sigma}_v^{(m)}$ на частині поверхні S_σ . Переміщення $\overset{\circ}{u}^{(m)}$ також задовольняють головні краєві умови на частині поверхні S_u . Нехай далі за час $\Delta\tau_m = \tau_{m+1} - \tau_m$ тіло навантажили додаткові масові сили $\overset{\circ}{Q}^{(m)}$, поверхневі навантаження $\overset{\circ}{\sigma}_v^{(m)}$, і точки тіла змінили свою температуру на $T^{(m)}$. Під дією цих факторів тіло змінило свою конфігурацію, у ньому виникли додаткові переміщення $\bar{u}^{(m)}$, деформації $\hat{\varepsilon}^{(m)}$ і напруження $\hat{\sigma}^{(m)}$.

Рівновагу тіла після довантаження будемо визначати, виходячи з принципу віртуальних робіт:

$$\int_V (\overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{(m)} + \sigma_{ij}^{(m)}) \delta \varepsilon_{ij}^{(m)} dV = \int_V (\overset{\circ}{Q}_i^{(m)} + Q_i^{(m)}) \delta u_i^{(m)} dV + \int_{S_\sigma} (\overset{\circ}{\sigma}_{vi}^{(m)} + \sigma_{vi}^{(m)}) \delta u_i^{(m)} dS.$$

Для визначення малих скінченних приростів пластичних деформацій використаємо метод проміжної точки. Сутність цього методу полягає у тому, що за умови переходу від нескінченно малих величин до скінченних приростів пластичні деформації записуються у деякій проміжній точці так:

$$\varepsilon_{ks}^{p(m)} = \lambda^{(m)} \frac{\partial F \left(\overset{\circ}{\hat{\sigma}}^{(m)} + \theta \overset{\circ}{\hat{\sigma}}^{(m)}, T^{(m)} + T^{(m)} \right)}{\partial \sigma_{ks}}. \quad (2)$$

Доповнимо це співвідношення узагальненим законом Гука (1) у так вигляді:

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{(m+1)} = \overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{+(m)} + \sigma_{ij}^{(m)}, \quad (3)$$

$$\text{де } \overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{+(m)} = a_{ijks} \left(T^{(m)} + T^{(m)} \right) \left(\left[A^{-1}(T^{(m)}) \right]_{kspt} \overset{\circ}{\sigma}_{pt}^{(m)} - \varepsilon_{ks}^{th}(T^{(m)}) \right),$$

$$\sigma_{ij}^{(m)} = a_{ijks} \left(T^{(m)} + T^{(m)} \right) \left(\varepsilon_{ks}^{(m)}(\bar{u}^{(m)}) - \varepsilon_{ks}^{p(m)} \right).$$

Для лінеаризації співвідношення (2) застосуємо метод Ньютона-Канторовича, сутність якого полягає у послідовному наближенні розв'язку нелінійної задачі послідовністю лінійних задач. Для розв'язування лінеаризованих задач використаємо метод скінченних елементів.

Розглянемо задачу про пружно-пластичне деформування у товстостінній пустотілій сфері, яка на внутрішній поверхні піддається дії силового навантаження p . Відомо, що аналітичний розв'язок цієї задачі [1] залежить тільки від радіуса сфери r . Для числового розв'язування задачі задамо такі механічні характеристики:

- внутрішній та зовнішній радіуси $a = 0,96$ м та $b = 1,04$ м відповідно;
- модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коефіцієнт Пуасона $\nu = 0,3$;
- межа пластичного течіння $\sigma_* = 160$ МПа.

Нехай на внутрішній поверхні сфера піддається дії силового навантаження $p = \frac{p_b + p_e}{2}$, де p_b – навантаження, при якому сфера переходить у стан пластичного течіння на внутрішній поверхні сфери і визначається як $p = \frac{2}{3} \frac{b^3 - a^3}{b^3} \sigma_*$; $p_e = 2\sigma_* \ln \frac{b}{a}$ – граничне навантаження [1], при якому пустотіла сфера буде повністю знаходитися у стані пластичного течіння.

Межу течіння c можна визначати із співвідношення

$$\ln \frac{c}{a} - \frac{1}{3} \left(\frac{c}{b} \right)^3 = \frac{p}{2\sigma_*} - \frac{1}{3}, \quad (4)$$

яке є нелінійним відносно c . Для його лінеаризації застосуємо метод Ньютона. Нехай $c^{(q)}$ – деякі наближення межі течіння c на q -тій ітерації. Тоді його значення на $(q + 1)$ -шій ітерації будемо шукати у вигляді

$$c^{(q+1)} = c^{(q)} + \Delta c^{(q)}, \tag{5}$$

де $\Delta c^{(q)}$ є величиною вищого порядку мализни, порівняно із $c^{(q)}$.

Підставимо (5) у (4) та розкладемо $\ln c^{(q+1)}$ у ряд Тейлора в околі точки $c^{(q)}$ і залишимо тільки члени порядку $O(c^{(q)})$. Тоді для визначення приросту $\Delta c^{(q)}$ отримаємо формулу

$$\Delta c^{(q)} = \frac{\frac{p}{2\sigma_*} - \frac{1}{3} - \ln \frac{c^{(q)}}{a} + \frac{1}{3} \left(\frac{c^{(q)}}{b} \right)^3}{\frac{1}{c^{(q)}} - \frac{c^{(q)2}}{b^3}}. \tag{6}$$

На початковій ітерації задамо $c^{(0)} = a$. Розв'яжемо рівняння (4) в ітераційному процесі (5), (6). Отримаємо аналітичний розв'язок межі текучості $c = 0,98342$.

У табл. 1 представлені абсолютні похибки числового c_n та аналітичного розв'язків межі текучості, залежно від кількості скінченноелементних розбиттів n . З таблиці видно, що числове значення межі пружності збігається до аналітичного з лінійною швидкістю.

Табл. 1. Залежність абсолютних похибок аналітичного і числового розв'язків межі текучості c задачі про пружно-пластичну деформацію у порожнистій сфері від скінченноелементного розбиття

n	8	16	32	64	128	256
c_n	0,98211	0,98106	0,98303	0,98276	0,98326	0,9835
$c - c_n$	0,00131	0,00236	0,00039	0,00066	0,00016	0,00008

Як видно із табл. 2, абсолютні похибки числового й аналітичного розв'язків межі текучості добре узгоджуються залежно від величини внутрішнього силового навантаження.

Табл. 2. Залежність абсолютних похибок аналітичного і числового розв'язків межі текучості c задачі про пружно-пластичну деформацію у порожнистій сфері від внутрішнього навантаження p

p	23,65895	24,1032	24,54746	24,99171	25,43597
<i>analytic</i>	0,97366	0,98168	0,99099	1,00257	1,01999
<i>num</i>	0,97388	0,98138	0,99076	1,00263	1,01951
<i>abs</i>	0,00022	0,0003	0,00023	0,00006	0,00048

При $a \leq r \leq c$ сфера знаходиться у зоні пластичного течіння і колові напруження σ_ϕ визначаємо згідно з формулою $\sigma_\phi = \sigma_* + \sigma_r$, де $\sigma_r = 2\sigma_s \ln \frac{r}{a} - p$ – радіальні напруження. Для $c < r \leq b$ у сфері здійснюються пружні деформації і колові напруження σ_ϕ визначаємо згідно з формулою $\sigma_\phi = \tilde{p} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \frac{b^3}{a^3} \right)$.

Навантаження для пружної задачі на межі текучості можна представити у вигляді $\sigma_{\phi}^c = -\tilde{q} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{b^3}{r^3} \right)$, де $\tilde{q} = q \frac{c^3}{b^3 - c^3}$; $q = 2\sigma_* \ln \frac{c}{a} - p$.

На рисунку зображено розподіл колових напружень числового (пунктирна лінія) та аналітичного (суцільна лінія) розв'язків. За товщиною сфера розбивається на 32 скінченні елементи. З рисунка видно, що числовий розв'язок добре узгоджується з аналітичним.

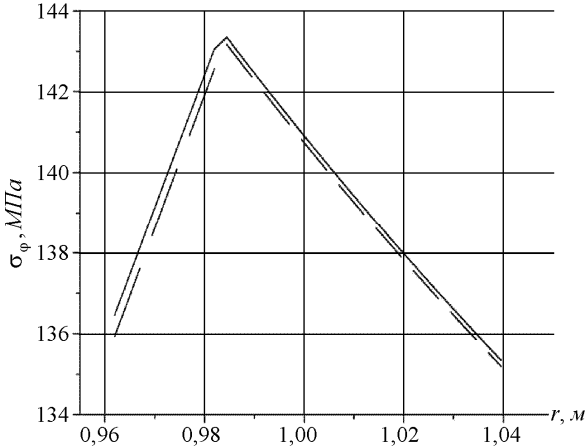


Рис. Розподіл колових пружно-пластичних напружень у порожнистій сфері

Розглянемо процес термопластичного деформування у товстостінній трубі під дією внутрішнього тиску $p = 110$ МПа.

Як розрахункову схему товстостінної труби розглядаємо циліндр із внутрішнім та зовнішнім радіусами $R_a = 0,2$ м і $R_b = 0,4$ м і довжиною $L = 0,3$ м.

Механічні та теплофізичні характеристики такі:

- модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа,
- коефіцієнт Пуасона $\nu = 0,3$,
- межа пластичного течіння $\sigma_* = 160$ МПа,
- $\rho = 7820$ кг/м³,
- $c_v = 565,47$ Дж/(кг·К),
- $\lambda = 30,9542$ Дж/(м·К·с),
- $\alpha = 3496,988$ Дж/(м²·К·с).

Точність $\varepsilon = 1,0e - 5$.

Навантаження будемо здійснювати рівномірно протягом M кроків.

Задача є симетричною за осовою та коловою координатами. Для числового розв'язування задачі побудуємо 128 скінченних елементів першого порядку за товщиною. Як видно із табл. 3, значення розподілу колових напружень залежить від кількості кроків за часом. Це впливає з того, що процес навантаження, навіть для задачі Ляме про пружнопластичне деформування у товстостінному циліндрі, є складним.

Табл. 3. Розподіл колових напружень при значенні радіальної координати $r = 0,20033$, залежно від параметра проміжної точки θ та кількості кроків навантаження M

$M \setminus \theta$	0	0,5	1,0
4	75,44352	76,34719	76,55897
8	76,35252	76,46353	76,53788
16	76,46311	76,49748	76,52629
32	76,48774	76,50285	76,51672
64	76,49655	76,50377	76,51069
512	76,50361	76,50449	76,50537

У деформаційній теорії пластичності постулюється колінеарність тензора пластичних деформацій і девіатора напружень в кінці кроку навантаження. У теорії текучості на кожному кроці навантаження постулюється колінеарність приросту тензора пластичних деформацій і девіатора напружень, залежно від θ , на початку ($\theta = 0$), посередині ($\theta = 0,5$) або в кінці ($\theta = 1$) текучого кроку навантаження. А оскільки тензор приросту пластичних деформацій змінює свої значення на кожному кроці навантаження, то при $M \geq 2$ розв'язки задач за теорією пластичної текучості та деформаційною теорією будуть відрізнятися. Зі збільшенням кількості кроків навантаження розв'язки задачі за теорією пластичної текучості прямують до деякого стаціонарного значення, яке і є істинним розв'язком задачі.

Висновки. Викладено методику якісного дослідження числового розв'язку нестационарної задачі термопластичності із використанням методу проміжної точки для визначення скінченних приростів пластичних деформацій. Показано узгодженість результатів, отриманих за представленою безумовно стійкою числовою схемою, із аналітичним розв'язком. Визначено ефективність запропонованої безумовно стійкої числової схеми для задачі термопластичності із використанням методу проміжної точки для визначення скінченних приростів пластичних деформацій у товстостінній трубі під дією внутрішнього тиску та отримано нові якісні висновки.

Література

1. Качанов Л.М. Основы теории пластичности / Л.М. Качанов. – М. : Изд-во "Наука", 1969. – 420 с.
2. Кисиль Р.И. Безусловно устойчивые численные схемы для решения задач нелинейного деформирования твердых тел / Р.И. Кисиль, И.С. Муха // Прикладная механика. – 1996. – Вип. 32. – № 6. – С. 66-73.
3. Муха І.С. Лінеаризовані задачі квазістатичного термов'язкопластичного деформування твердих тіл / І.С. Муха. – К. : Вид-во ІСДО, 1995. – 52 с.
4. Муха І.С. Числове дослідження процесів термопластичного деформування осесиметричних тіл з урахуванням розвантаження / І.С. Муха, Д.М. Неспляк // Математичні методи і фізико-механічні поля. – 2010. – Вип. 53, № 4. – С. 117-126.
5. Неспляк Д.М. Дослідження процесів нелінійної теплопровідності у товстостінних складових тілах / Д.М. Неспляк, І.С. Муха // Математичні методи і фізико-механічні поля. – 2007. – Вип. 50, № 2. – С. 176-182.
6. Неспляк Д.М. Числове дослідження термопластичності у роторі парової турбіни за теорією пластичного течіння / Д.М. Неспляк, І.С. Муха // Прикладні проблеми механіки і математики. – Львів : Вид-во Ін-ту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2010. – С. 125-132.

7. Mukha I.S. Numerical analysis of processes of thermoplastic deformation of axisymmetric bodies with regard for unloading /I.S. Mukha, D.M. Nesplyak // Journal of Mathematical Sciences, March, 2012. – Vol. 181, No 4. – Pp. 438-449.

8. Simo J. C., Taylor R.K. Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity / J.C. Simo, R.K. Taylor // Comp. Meth. Appl. Mech. Ing. – 1985. – Vol. 48. – Pp. 101-118.

Неспляк Д.М., Магеровська Т.В. Моделирование задачи термопластичности с использованием метода промежуточной точки для определения приращений пластических деформаций

Изложена методика качественного исследования числового решения нестационарной задачи термопластичности с помощью метода промежуточной точки для определения конечных приращений пластических деформаций. Показана согласованность результатов, полученных по представленной безусловно устойчивой числовой схеме, с аналитическим решением. Определена эффективность предложенной безусловно устойчивой числовой схемы для задачи термопластичности с использованием метода промежуточной точки для определения конечных приращений пластических деформаций в толстостенной трубе под действием внутреннего давления и получены новые качественные выводы.

Ключевые слова: метод промежуточной точки, метод Ньютона-Рафсона, задача термопластичности, метод конечных элементов, безусловно устойчивая числовая схема.

Nesplyak D.M., Magerovska T.V. Modelling of the thermoplastic task including a method of the mediate point to determinate the gain of plastic deformations

The method of the quality research of the numeral decision of untrivial task of the thermoplastic including the method of mediate point for determination of the terminal plastic deformations was represented. The consistency of results, got by the presented no doubt stable number scheme with analytic decision was shown. The effectivelly of an offered stable number scheme for the task of thermoplastic including a method of the mediate point to determinate the gain of plastic deformations into thick-wall pipe under the inside pressure was defined and the new qualitative conclusions were gotten.

Keywords: a method of the mediate point, a method of Newton-Rawson, the task of thermoplastic, the method of eventual element, no doubt stable number scheme.

УДК 339.1

*Доц. Н.Ю. Глинський, канд. екон. наук;
студ. Н.А. Карачевська – НУ "Львівська політехніка"*

ПРОБЛЕМИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ІНТЕРНЕТ-РЕКЛАМИ В УКРАЇНІ

Здійснено аналіз сучасних тенденцій розвитку рекламних комунікацій у мережі Інтернет як у світовому масштабі загалом, так і в Україні зокрема. Висвітлено способи, якими може здійснюватись Інтернет-реклама. На підставі аналізу розроблено рекомендації, що стосуються підвищення ефективності використання Інтернету в рамках цілєї системи просування суб'єктів господарювання.

Ключові слова: Інтернет-аудиторія, Інтернет-реклама, маркетингові комунікації.

Постановка проблеми. Реклама як засіб маркетингових комунікацій віддавна вважається одним із основних засобів інформування споживачів про товар, нагадування, стимулювання його продажу. Навики планування та реалізації рекламної стратегії користуються постійно зростаючим попитом в еру інтегрованих комунікацій. Важливу роль реклами, як засобу комунікації зі споживачем, можна продемонструвати як з позиції творчої стратегії, так і з позиції засобів реклами. Перша полягає в тому, що реклама якнайбільше (порівняно з