УДК 372.853

МЕТОДИ КОМП’ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ПОЛІВ У ПОЛІГРАФІЇ

М. Ф. Ясінський, Л. М. Ясінська-Дамрі, О. І. Огірко, І. В. Огірко

Українська академія друкарства,
вул. Під Голоском, 19, Львів, 79020, Україна

Запропоновано методи моделювання фізико-механічних полів, що враховують техніко-технологічну, геометричну та фізичну інформацію. Вирішуючи граничні задачі математичної фізики та створюючи системи для вивчення полів різної фізичної природи, важливо враховувати технічні та технологічні допуски до геометричної та фізичної інформації. Друкарська машина — це складна механічна система. Під час проєктування елементів друкарських машин, друкарських форм, кріпильних систем необхідно враховувати процеси їх виготовлення, обробки та експлуатації. Показано ефективність обчислювального комп’ютерного експерименту у дослідженні. Чисельне моделювання нелінійних систем поєднує теоретичні дослідження з обчислювальним експериментом. Складові процесу чисельного моделювання: аналіз проблеми та застосування методів математичного моделювання, розробка методів та проведення обчислювального експерименту і синтезу на основі отриманих розв’язків. Під час проведення експериментів ідентифікація математичної моделі базується на експериментальних даних. Пропонуються методи моделювання фізико-механічних полів, які враховують технічну та технологічну, геометричну та фізичну інформацію. У зв’язку з цим виникає необхідність розвитку систем розрахунку полів з метою отримання розв’язку та експертного висновку.

Ключові слова: *моделювання, комп’ютерний експеримент, фізична задача, математичне моделювання, фізико-механічне поле, крайова задача, розв’язок.*

У зв’язку з наявністю великої кількості методів моделювання виникає проблема вибору найкращого з них для практичної задачі поліграфії, а також проблема ефективної програмної реалізації обраного методу. Широкі можливості для аналізу ефективності методів моделювання та їх компонентів надають експериментальні дослідження за допомогою комп’ютерного моделювання, які часто є єдино можливим і надійним засобом отримання знань. Наведено огляд робіт [1–8], у яких досліджені методи моделювання.

Актуальність дослідження. Серед методів вивчення фізичних процесів провідне місце займають методи математичного моделювання. Об’єкти математичного моделювання в таких випадках описуються здебільшого системами нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних, а їх праві частини можуть бути функціями. Складні математичні моделі процесів механіки деформованого середовища складних технічних комплексів впроваджено у життя завдяки працям Я. М. Григоренка, В. В. Скопецького, А. І. Кухтенка, І. М. Ляшенка та інших.

Задачі дослідження полягають у розробленні методу дослідження процесів деформування матеріалів з врахуванням реальних конструктивно-технологічних параметрів.

Мета статті — розкриття аспектів застосування методики математичного моделювання. При цьому метод моделювання є способом та засобом розв'язування фізичних задач. Складним є математичне моделювання процесу виготовлення та обробки друкарських форм ротаційних машин. Процес друкування моделюємо рівняннями пружності. Процес деформації у фотополімерних друкарських формах моделюємо рівняннями нелінійної пружності. Деформації, напруження визначають на рівні механіки деформованого твердого тіла. З літературних джерел відомо, що для дослідження друкарських форм успішно використовують методи теорії пружності [2–8].

Математична постановка задачі. Відповідні математичні рівняння стану є складною нелінійною системою. Розглянемо тіло, що належить до криволінійної ортогональної системи координат *α, β, γ*. Позначимо одиничні вектори, які є дотичними до координатних ліній, через $\vec{K}_1, \vec{K}_2, \vec{K}_3$ відповідно. Згідно з припущенням існує залежність [2–4]

$$x = x(\alpha, \beta, \gamma),\ y = y(\alpha, \beta, \gamma),\ z = z(\alpha, \beta, \gamma) \qquad (1)$$

координат *α, β, γ* з декартовими прямокутними координатами x, y, z.

Криволінійна ортогональна система координат характеризується параметрами Ламе, які визначають за допомогою таких формул:

$$\begin{gathered} \mathrm{H}_1^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \alpha}\right)^2, \mathrm{H}_2^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \beta}\right)^2, \\ \mathrm{H}_3^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \gamma}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \gamma}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \gamma}\right)^2. \end{gathered} \qquad (2)$$

Прикладом ортогональних координат є декартові, циліндричні та інші.

Як відомо, параметри Ламе — величини незалежні і, як випливає з диференціальної геометрії, вони мають задовольняти шість диференціальних співвідношень [3–5]:

$$\begin{gathered} \frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{1}{\mathrm{H}_1}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \alpha}\right) + \frac{\partial}{\partial \beta}\left(\frac{1}{\mathrm{H}_2}\frac{\partial \mathrm{H}_1}{\partial \beta}\right) + \frac{1}{\mathrm{H}_3^2}\frac{\partial \mathrm{H}_1}{\partial \gamma}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \gamma} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \beta}\left(\frac{1}{\mathrm{H}_2}\frac{\partial \mathrm{H}_3}{\partial \beta}\right) + \frac{\partial}{\partial \gamma}\left(\frac{1}{\mathrm{H}_3}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \gamma}\right) + \frac{1}{\mathrm{H}_3^2}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \alpha}\frac{\partial \mathrm{H}_3}{\partial \alpha} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \gamma}\left(\frac{1}{\mathrm{H}_3}\frac{\partial \mathrm{H}_1}{\partial \gamma}\right) + \frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{1}{\mathrm{H}_1}\frac{\partial \mathrm{H}_3}{\partial \alpha}\right) + \frac{1}{\mathrm{H}_2^2}\frac{\partial \mathrm{H}_3}{\partial \beta}\frac{\partial \mathrm{H}_1}{\partial \beta} = 0, \\ \frac{\partial^2 \mathrm{H}_1}{\partial \beta \partial \gamma} - \frac{1}{\mathrm{H}_2}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \gamma}\frac{\partial \mathrm{H}_1}{\partial \beta} - \frac{1}{\mathrm{H}_3^2}\frac{\partial \mathrm{H}_3}{\partial \beta}\frac{\partial \mathrm{H}_1}{\partial \gamma} = 0, \\ \frac{\partial^2 \mathrm{H}_2}{\partial \gamma \partial \alpha} - \frac{1}{\mathrm{H}_3}\frac{\partial \mathrm{H}_3}{\partial \alpha}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \gamma} - \frac{1}{\mathrm{H}_1}\frac{\partial \mathrm{H}_1}{\partial \gamma}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \alpha} = 0, \\ \frac{\partial^2 \mathrm{H}_3}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{1}{\mathrm{H}_1}\frac{\partial \mathrm{H}_1}{\partial \beta}\frac{\partial \mathrm{H}_3}{\partial \alpha} - \frac{1}{\mathrm{H}_2}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \alpha}\frac{\partial \mathrm{H}_3}{\partial \beta} = 0. \end{gathered} \qquad (3)$$

Нехай тіло пружно деформується. Тоді точка тіла з координатами *α, β, γ* одержить переміщення, яке можна представити трьома проекціями вектора повного переміщення на напрямки дотичних до координатних ліній *α, β, γ*:

$$u_1 = u_1(\alpha,\beta,\gamma), u_2 = u_2(\alpha,\beta,\gamma), u_3 = u_3(\alpha,\beta,\gamma) \tag{4}$$

У теорії нелінійної пружності прийнято розрізняти тензори деформацій Гріна, Альманзі, Гєнкі та інших [2–7].

Тут деформаційний стан суцільного тіла охарактеризуємо шістьма компонентами Гріна:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{11} = \ell_{11} + \frac{1}{2}\left[\ell_{11}^2 + \left(\frac{1}{2}\ell_{12} + \omega_3\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\ell_{13} - \omega_2\right)^2\right],\\
&\varepsilon_{22} = \ell_{22} + \frac{1}{2}\left[\ell_{22}^2 + \left(\frac{1}{2}\ell_{23} + \omega_1\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\ell_{21} + \omega_3\right)^2\right],\\
&\varepsilon_{33} = \ell_{33} + \frac{1}{2}\left[\ell_{33}^2 + \left(\frac{1}{2}\ell_{31} + \omega_2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\ell_{32} - \omega_1\right)^2\right],\\
&\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \ell_{12} + \ell_{11}\left(\frac{1}{2}\ell_{12} - \omega_3\right) + \ell_{22}\left(\frac{1}{2}\ell_{12} + \omega_3\right) + \left(\frac{1}{2}\ell_{13} - \omega_2\right)\left(\frac{1}{2}\ell_{23} + \omega_1\right),\\
&\varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = \ell_{13} + \ell_{33}\left(\frac{1}{2}\ell_{13} - \omega_2\right) + \ell_{11}\left(\frac{1}{2}\ell_{13} + \omega_2\right) + \left(\frac{1}{2}\ell_{23} - \omega_1\right)\left(\frac{1}{2}\ell_{12} + \omega_3\right),\\
&\varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = \ell_{23} + \ell_{22}\left(\frac{1}{2}\ell_{23} - \omega_1\right) + \ell_{33}\left(\frac{1}{2}\ell_{23} + \omega_1\right) + \left(\frac{1}{2}\ell_{21} - \omega_3\right)\left(\frac{1}{2}\ell_{31} + \omega_2\right),
\end{aligned} \tag{5}$$

де

$$\begin{aligned}
&\ell_{11} = \frac{1}{H_1}\frac{\partial u_1}{\partial\alpha} + \frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial\beta}u_2 + \frac{1}{H_1H_3}\frac{\partial H_1}{\partial\gamma}u_3,\\
&\ell_{22} = \frac{1}{H_2}\frac{\partial u_2}{\partial\beta} + \frac{1}{H_2H_3}\frac{\partial H_2}{\partial\gamma}u_3 + \frac{1}{H_2H_1}\frac{\partial H_2}{\partial\alpha}u_1,\\
&\ell_{33} = \frac{1}{H_3}\frac{\partial u_3}{\partial\gamma} + \frac{1}{H_1H_3}\frac{\partial H_3}{\partial\alpha}u_1 + \frac{1}{H_3H_2}\frac{\partial H_3}{\partial\beta}u_2,\\
&\ell_{12} = \ell_{21} = \frac{H_2}{H_1}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{u_2}{H_2}\right) + \frac{H_1}{H_2}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{u_1}{H_1}\right),\\
&\ell_{13} = \ell_{31} = \frac{H_3}{H_1}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{u_3}{H_3}\right) + \frac{H_1}{H_3}\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(\frac{u_2}{H_1}\right),\\
&\ell_{23} = \ell_{32} = \frac{H_2}{H_3}\frac{\partial}{\partial\gamma.}\left(\frac{u_2}{H_2}\right) + \frac{H_3}{H_2}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{u_3}{H_3}\right).
\end{aligned} \tag{6}$$

Кути повороту об’ємного елемента навколо координатних осей матимуть вигляд:

$$\omega_1 = \frac{1}{2H_2H_3}\left[\frac{\partial}{\partial\beta}(H_3u_2) - \frac{\partial}{\partial\gamma}(H_2u_2)\right],$$
$$\omega_2 = \frac{1}{2H_1H_3}\left[\frac{\partial}{\partial\gamma}(H_1u_1) - \frac{\partial}{\partial\alpha}(H_3u_3)\right], \quad (7)$$
$$\omega_3 = \frac{1}{2H_1H_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}(H_2u_2) - \frac{\partial}{\partial\beta}(H_1u_1)\right].$$

Відносні видовження на напрямках *α, β, γ* обчислюють за формулами:

$$E_1 = \sqrt{1+2\varepsilon_{11}} - 1, E_2 = \sqrt{1+2\varepsilon_{22}} - 1, E_3 = \sqrt{1+2\varepsilon_{23}} - 1. \quad (8)$$

Кути зсуву між волокнами [2–4]:

$$\sin\varphi_{12} = \frac{\varepsilon_{12}}{(1+E_1)(1+E_2)}, \sin\varphi_{23} = \frac{\varepsilon_{23}}{(1+E_2)(1+E_3)}, \sin\varphi_{13} = \frac{\varepsilon_{13}}{(1+E_1)(1+E_3)} \quad (9)$$

Одиничні вектори $\vec{K}_1^*, \vec{K}_2^*, \vec{K}_3^*$, дотичні до ліній *α, β, γ* у тілі після деформації знаходять через $\vec{K}_1, \vec{K}_2, \vec{K}_3$ за формулами:

$$\vec{K}_1^* = \frac{1}{1+E_1}\left[(1+\ell_{11})\vec{K}_1 + \left(\frac{1}{2}\ell_{12} + \omega_3\right)\vec{K}_2 + \left(\frac{1}{2}\ell_{13} - \omega_2\right)\vec{K}_3\right],$$
$$\vec{K}_2^* = \frac{1}{1+E_2}\left[\left(\frac{1}{2}\ell_{12} - \omega_3\right)\vec{K}_1 + (1+\ell_{22})\vec{K}_2 + \left(\frac{1}{2}\ell_{23} + \omega_1\right)\vec{K}_3\right], \quad (10)$$
$$\vec{K}_3^* = \frac{1}{1+E_{3.}}\left[\left(\frac{1}{2}\ell_{13} + \omega_2\right)\vec{K}_1 + \left(\frac{1}{2}\ell_{23} - \omega_1\right)\vec{K}_2 + (1+\ell_{33})\vec{K}_3\right].$$

Необхідно також записати рівняння сумісності деформацій. Компоненти R_{mnpq} тензора Рімана-Крістофеля повинні дорівнювати нулю. Оскільки існує шість незалежних компонент тензора Рімана-Крістофеля, то мають виконуватись умови

$$R_{1212} = 0, R_{1313} = 0, R_{2323} = 0,$$
$$R_{1213} = 0, R_{2123} = 0, R_{3132} = 0. \quad (11)$$

Рівняння (11), які повинні задовольняти компоненти деформації ε_j, є необхідними й достатніми умовами того, що конфігурації недеформованого та деформованого станів тіла належать до евклідового простору. Із рівняння сумісності (11) випливає, що переміщення $u_{.1}, u_2, u_3$ повинні мати неперервні похідні до третього порядку включно. Напружений стан у теорії скінченних деформацій [3] можна характеризувати різними тензорами напружень: симетричними і несиметричними, що належать до одиниці площі в недеформованому та деформованому станах. Відомості про ці тензори можна знайти в [5]. Якщо розглядати елементарний об'ємний елемент у системі координат *α, β, γ* то на його гранях діятимуть такі напруження: на грані $\alpha = const : \sigma_{11}, \sigma_{21}, \sigma_{31}$, на грані $\beta = const : \sigma_{22}, \sigma_{12}, \sigma_{32}$, на грані $\gamma = const : \sigma_{33}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$.

Ці напруження називають істинними напруженнями. Дотичні напруження мають властивість взаємності, тобто справджують співввідношення

$$\sigma_j = \sigma_j ,(j=1,2,3) \tag{12}$$

Нехай пружне тіло, яке розглядаємо, під дією прикладених сил перебуває в рівновазі. Умови рівноваги елементарного деформованого об'ємного тіла в системі криволінійних ортогональних координат *α, β, γ* до якої належить тіло в недеформованому стані, мають вигляд [4–7]:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(H_2H_3S_{11}\right)+\frac{\partial}{\partial\beta}\left(H_1H_3S_{21}\right)+\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(H_1H_2S_{31}\right)-H_3\frac{\partial H_2}{\partial\alpha}S_{22}-\\&-H_2\frac{\partial H_3}{\partial\alpha}S_{33}+H_3\frac{\partial H_1}{\partial\beta}S_{12}+H_2\frac{\partial H_1}{\partial\gamma}S_{13}+H_1H_2H_3P_1^*=0;\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(H_2H_3S_{12}\right)+\frac{\partial}{\partial\beta}.\left(H_3H_1S_{22}\right)+\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(H_1H_2S_{23}\right)+H_1\frac{\partial H_2}{\partial\gamma}S_{23}+\\&+H_3\frac{\partial H_2}{\partial\alpha}S_{21}-H_1\frac{\partial H_3}{\partial\beta}S_{33}-H_3\frac{\partial H_1}{\partial\beta}S_{11}+H_1H_2H_3P_2^*=0;\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(H_2H_3S_{12}\right)+\frac{\partial}{\partial\beta}\left(H_3H_1S_{23}\right)+\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(H_1H_2S_{33}\right)+H_2\frac{\partial H_3}{\partial\alpha}S_{31}+\\&+H_1\frac{\partial H_3}{\partial\beta}S_{32}-H\frac{\partial H_1}{\partial\gamma}S_{11}-H_1\frac{\partial H_2}{\partial\gamma}S_{22}+H_1H_2H_3P_3^*=0,\end{aligned} \tag{15}$$

де P_i^* — проекція масових сил на $\vec{K}_1, \vec{K}_2, \vec{K}_3$.

Об'ємна сила, що діє на прямокутний паралелепіпед, який розглядаємо:

$$\vec{F}dV^* = \vec{P}DdV = \vec{P}^*\, dV,$$

де dV^* – об'єм косокутного паралелепіпеда; $dV = H_1H_2H_3\,d\alpha d\beta d\gamma$ – об'єм прямокутного паралелепіпеда.

Згідно з [4–7], $P_i^* = P_iD$,

де $$D^2 = \begin{vmatrix}1+2\varepsilon_{11},\varepsilon_{12},\varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{12},1+2\varepsilon_{12},\varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{13},\varepsilon_{23},1+2\varepsilon_{33}\end{vmatrix}. \tag{16}$$

У рівняннях рівноваги (13) – (15) компоненти S_{ij}

$$S_{11}=\sigma_{11}^{*}(1+\ell_{12})+\sigma_{12}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{12}-\omega_3\right)+\sigma_{13}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{13}+\omega_2\right),$$

$$S_{12}=\sigma_{11}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{12}+\omega_3\right)+\sigma_{12}^{*}(1+\ell_{22})+\sigma_{13}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{23}-\omega_1\right),$$

$$S_{13}=\sigma_{11}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{13}-\omega_2\right)+\sigma_{12}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{23}+\omega_1\right)+\sigma_{13}^{*}(1+\ell_{33}),$$

$$S_{21}=\sigma_{21}^{*}(1+\ell_{11})+\sigma_{22}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{12}-\omega_3\right)+\sigma_{23}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{13}+\omega_2\right),$$

$$S_{22}=\sigma_{21}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{12}+\omega_3\right)+\sigma_{22}^{*}(1+\ell_{22})+\sigma_{23}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{23}-\omega_1\right), \quad (17)$$

$$S_{23}=\sigma_{21}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{12}+\omega_2\right)+\sigma_{22}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{23}-\omega_1\right)+\sigma_{23}^{*}(1+\ell_{33}),$$

$$S_{31}=\sigma_{31}^{*}(1+\ell_{12})+\sigma_{32}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{12}-\omega_3\right)+\sigma_{33}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{13}+\omega_2\right),$$

$$S_{32}=\sigma_{31}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{12}+\omega_3\right)+\sigma_{32}^{*}(1+\ell_{22})+\sigma_{33}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{23}-\omega_1\right),$$

$$S_{33}=\sigma_{31}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{13}-\omega_2\right)+\sigma_{32}^{*}\left(\frac{1}{2}\ell_{23}+\omega_1\right)+\sigma_{33}^{*}(1+\ell_{33})$$

утворюють несиметричний тензор.

Величини σ_{ij}^{*}, що входять до (1), називають узагальненими напруженнями. Вони зв’язані з істинними напруженнями у такий спосіб [3–6]:

$$\sigma_{ij}^{*}=\frac{\sigma_{ij}}{1+E_j}\frac{S_i^{*}}{S_i}, \quad (18)$$

де S_i – площа прямокутної елементарної ділянки до деформації; S_i^{*} – площа ділянки (криволінійного чотирикутника) після деформації. Згідно з [4] їх відношення визначають за такими формулами:

$$\frac{S_1^{*}}{S_1}=\sqrt{(1+2\varepsilon_{22})(1+2\varepsilon_{33})-\varepsilon_{23}^{2}},\ \frac{S_2^{*}}{S_2}=\sqrt{(1+2\varepsilon_{33})(1+2\varepsilon_{11})-\varepsilon_{31}^{2}},$$
$$\frac{S_3^{*}}{S_3}=\sqrt{(1+2\varepsilon_{11})(1+2\varepsilon_{22})-\varepsilon_{12}^{2}}. \quad (19)$$

Розглянемо тепер зв’язок напружень з деформаціями. Записуючи фізичні співвідношення, що характеризують властивості пружного тіла, будемо виходити із загальних термодинамічних законів. Згідно з першим законом термодинаміки

$$\delta E=\delta' A+\delta' Q, \quad (20)$$

де δE – приріст внутрішньої енергії; $\delta' Q$ – елементарна кількість тепла; $\delta' A$ – елементарна робота зовнішніх сил.

Усі величини у співвідношеннях (20) належать до одиниці початкового об’єму тіла. У випадку обернених процесів [6–8]

$$\delta' Q = T\delta S, \tag{21}$$

де $T-$ абсолютна температура тіла; $\delta S-$ приріст ентропії.

$$\delta' A = \sigma^*_{ij}\delta\varepsilon_{ij}. \tag{22}$$

Тому для приросту внутрішньої енергії маємо

$$\delta E = T\delta S + \sigma^*_{ij}\delta\varepsilon_{ij}. \tag{23}$$

Використовуючи вільну енергію $F = E - T\delta$, одержимо

$$\delta F = S\delta T - \sigma^*_{ij}\delta E_{ij}. \tag{24}$$

Припустивши, що внутрішня енергія $E = E(\varepsilon_{ij}, S)$ тіла є функцією компонент тензора деформацій та ентропії S, а вільна енергія $F = F(\varepsilon_{ij}, T)-$ функцією компонент тензора деформацій та температури, з (23) і (24) одержимо [4–8]:

$$\sigma^*_{ij} = \left(\frac{\partial E}{\partial \varepsilon_{ij}}\right)_{S=const}, T = \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_{\varepsilon_{ij}=const}; \tag{25}$$

$$\sigma^*_{ij} = \left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}\right)_{T=const}, S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\varepsilon_{ij}=const}. \tag{26}$$

Під час адіабатичного $(\delta' Q = 0)$ або ізотермічного $(T = const)$ процесу можна ввести одну функцію ϕ, яку називають питомою потенціальною енергією тіла, що залежить тільки від компонент тензора деформацій. У зв’язку з цим

$$\sigma^*_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ji}}\right)\phi(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{21}, ..., \varepsilon_{33}). \tag{27}$$

Вибрати вирази для внутрішньої та вільної енергії, а також для пружного потенціалу досить складно. Припускаючи, що в природньому стані в тілі відсутні напруження та деформації, величини $E(\varepsilon_{ij}, S)$ і $F(\varepsilon_{ij}, T)$ для загального випадку нелінійно-пружного анізотропного тіла можна зобразити у вигляді степеневих рядів [3–7]:

$$E = E(0, S) + \frac{1}{2}C^S_{ijke}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ke} + \frac{1}{6}C^S_{ijkemn}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ke}\varepsilon_{mn} + ..., \tag{28}$$

$$F = F(0, T) + \frac{1}{2}C^T_{ijke}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ke} + \frac{1}{6}C^T_{ijkemn}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ke}\varepsilon_{mn} + ... \tag{29}$$

Коефіцієнти, що входять у ці розклади, є функціями ентропії або температури і називаються адіабатичними та ізотермічними постійними другого, третього і т. д. порядків. Їх визначають за такими формулами [2–6]:

$$C^S_{ijke} = \left(\frac{\partial^n E(\varepsilon_{ij}, S)}{\partial \varepsilon_{ij}\partial \varepsilon_{ke}...}\right)_S; \tag{30}$$

$$C_{ijke}^{T} = \left(\frac{\partial^n F(\varepsilon_{ij}, T)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{ke} \ldots} \right)_T . \tag{31}$$

Для пружного потенціалу (в загальному випадку — нелінійно-пружного анізотропного тіла) справедливий вираз [1–4]

$$\phi(\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{2} K_{ijke} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ke} + \frac{1}{6} K_{ijkemn} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ke} \varepsilon_{mn} + \ldots, \tag{32}$$

де $K_{ijke} = \dfrac{\partial^n \phi(\varepsilon_{ij})}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{ke}}$, — коефіцієнти пружності другого, третього і т. д. порядків.

У випадку ізотропного тіла внутрішня та вільна енергія є функціями ентропії (температури) та інваріантів тензора деформації, а пружний потенціал — тільки інваріантів тензора деформацій, тобто

$$E = E(S, A_1, A_2, A_3), F = F(T, A_1, A_2, A_3), \phi = \phi(A_1, A_2, A_3), \tag{33}$$

де $A_i (i = 1,2,3)$ – алгебраїчні інваріанти тензора деформацій Гріна:

$$A_1 = \varepsilon_{ii}, A_2 = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ji}, A_3 = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{jk} \varepsilon_{ki}. \tag{34}$$

У формулах (33), як відомо [5, 6], за базисні інваріанти можна взяти й іншу систему інваріантів. Коефіцієнти пружності другого порядку характеризують лінійний зв'язок між напруженнями й деформаціями. Постійні третього порядку характеризують квадратичну нелінійність середовища, четвертого кубічну і т. д. Наведемо деякі приклади пружних потенціалів. Потенціал Мурнагана зображають у такому вигляді:

$$\phi = \frac{1}{2} \lambda A_1^2 + \mu A_2 + b A_1 A_2 + \frac{C}{3} A_3, \tag{35}$$

де λ, μ – постійні Ламе лінійної теорії; a, b, c – пружні постійні третього порядку. Вони є лінійною комбінацією постійних Мурнагана ℓ, m, n. У працях [1–5] використано потенціал

$$\phi = \frac{1}{2} K_{ijke} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ke} + \frac{a}{3} A_1^3 + b A_1 A_2 + \frac{C}{3} A_3 \tag{36}$$

для тіл з незначною анізотропією властивостей у природному стані.

Іншу поліноміальну апроксимацію пружного потенціалу запропонував Кавана

$$\phi = a_1 A_1^2 + a_2 A_2 + a_3 A_1^3 + a_4 A_1 A_2 + a_5 A_3 + a_6 A_1^4 + a_7 A_1^2 A_2 + a_8 A_1 A_3 + a_9 A_2^2 \tag{37}$$

Постійні $a_1, a_2, \ldots, a_n$ одержали з експеременту для пористого поліуритану. Велику кількість пружних потенціалів записано для еластомірів як на основі законів статистичної фізики, так і за допомогою феноменологічного підходу. У випадку нестискаючого тіла

$$\left(\frac{V^*}{V} \right)^2 = I_3 = 1. \tag{38}$$

Компоненти напруження не повністю визначаються деформацією і мають вигляд [2–7]:

$$\sigma_{ij}^{*} = \left(\frac{\partial E}{\partial \varepsilon_{ij}} + P \right)_{S=const}; \tag{39}$$

$$\sigma_{ij}^{*} = \left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} + P \right)_{T=const}; \tag{40}$$

$$\sigma_{ij}^{*} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ij}} - \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ji}} \right)\phi(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, ..., \varepsilon_{33}) + P, \tag{41}$$

де $P-$ множник Лагранжа (нова невідома функія, через яку можна визначати гідростатичний тиск).

Досить загальна залежність напружень з деформаціями як для стисливих, так і нестисливих тіл наведена в [3–5]. Нехай вільна енергія тіла $F-$ це аналітична функція від температури $T = \theta T_0$ та інваріантів тензора ε_{ij}, тобто [3–6]

$$F = F(J_1, J_2, J_3, T), \tag{42}$$

де $J_1 = \varepsilon_{ii}, J_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_{ii}\varepsilon_{jj} - \varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}), J_3 = \det \varepsilon_{ij}.$ (43)

Розклавши функцію (40) у вигляді степеневого ряду за T та інваріантами, отримаємо [2–6]

$$F = a_0 + a_1 J_1 + a_2 J_2 + a_3 J_3 + a_4 T + a_5 J_2^2 + a_6 J_1^3 + a_7 T^2 + a_8 J_1 T + a_9 J_1 J_2 + \\ + a_{10} J_1 T^2 + a_{11} J_2 T + a_{12} T^3 + a_{13} J_1^3 T + a_{14} J_1^4 + a_{15} J_2^2 + a_{16} J_1 J_3 + ..., \tag{44}$$

де $a_0, a_1, a_2, ..., a_{16},-$ постійні матеріалу.

Якщо в недеформованому стані матеріал вільний від напружень, то $a_0 = 0$. Відкриваючи або зберігаючи ті чи інші члени в степеневому розкладі (44), одержимо ряд форм для функції вільної енергії. Для лінійного ізотропного тіла

$$a_2 = -2\mu, a_5 = \frac{1}{2}(\lambda + 2\mu), a_8 = -\alpha(3\lambda + 2\mu), \\ a_1 = a_3 = a_4 = a_6 = a_9 = ... = 0, \tag{45}$$

де $\lambda, \mu-$ постійні Ламе; $\alpha-$ коефіцієнт лінійного температурного розширення.

Для нестисливого термопружного матеріалу функція Муні вільної енергії [2–4]

$$F = a_1 J_1 + a_2 J_2 + a_7 T^2 + a J_1 T, \tag{46}$$

де $a_1 = 2(C_1 + 2C_2); a_2 = 4C_2$ ($C_1, C_2 -$ постійні Муні для ізотропного випадку).

Крім того, повинна виконуватись умова нестисливості

$$J_3 + \frac{1}{4}J_1 + .\frac{1}{2}J_2 = 0. \tag{47}$$

Напруження в цьому випадку визначаються співвідношеннями:

$$\sigma_{ij}^{*} = a_1\delta_{ij} + a_2(J_1\delta_{ij} - \delta_{im}\delta_{jn}\varepsilon_{mn}) + \delta_{ij}a_8 T + h(2\delta_{ij}(1 + 4J_2)) + \\ + 4J_1(\delta_{ij} - 2\delta_{im}\delta_{jn}\varepsilon_{mn}) + 4\delta_{im}\delta_{jn}\varepsilon_{mk}(2\varepsilon_{nk} - \delta_{nk}), \tag{48}$$

де $h-$ гідростатичний тиск.

Одним із спрощених варіантів ряду (44) для стисливих матеріалів визначаємо у вигляді

$$F = -2\mu J_2 + a_3 J_3 + \frac{1}{2}(\lambda + 2\mu)J_1^2 + a_6 J_1^2 + a_7 T^2 - \alpha(3\lambda + 2\mu)J_1 T + a_9 J_1 J_2 + a_{11} J_2 T. \quad (49)$$

У цьому випадку компоненти напружень

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^* = \delta_{ij}\left[\lambda J_1 a_3 J_2 + 3a_6 J_1^2 - \alpha(3\lambda + 2\mu)T + a_9\left(J_2 J_1^2\right) + a_{11} J_1 T\right] + \\ + \varepsilon_{ij}\left(2\mu - a_3 J_1 - a_9 J_1 - a_{11} T\right) + a_3 \varepsilon_{ik}\varepsilon_{jk}. \end{aligned} \quad (50)$$

Приймаючи $a_3 = a_6 = a_9 = 0$ в (50), одержимо рівняння для нелінійного відносно девіаторних деформацій матеріалу, що описав Діллон. Член $a_{11} J_2 T$ в (50) відповідає нелінійній складовій девіатора деформацій. Випадок, коли a_3, a_6 або a_9 відмінні від нуля, відповідає матеріалу зі слабкими нелінійними ділатаційними властивостями.

Розглянемо граничні умови на переміщення та напруження. Граничні умови в переміщеннях на частині поверхні S_1 тіла [2–5]

$$u_i = u_{iS}. \quad (51)$$

Граничні умови на поверхні S_2 в напруженнях запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} S_{11}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_1\right) + S_{21}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_2\right) + S_{31}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_3\right) = f_1^*, \\ S_{12}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_1\right) + S_{22}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_2\right) + S_{32}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_3\right) = f_2^*, \\ S_{13}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_1\right) + S_{23}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_2\right) + S_{33}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_3\right) = f_3^*, \end{aligned} \quad (52)$$

де компоненти S_{ij} визначають за формулами (17), а компоненти поверхневих сил f_j мають вигляд [2–4]:

$$f_i^* = \frac{S_n^*}{S_n} f_j. \quad (53)$$

Тут $f_i -$ складові поверхневих сил по напрямках $\overline{K}_1, \overline{K}_2, \overline{K}_3$, а

$$\left(\frac{S_n^*}{S_n}\right) = D^2 \left[\begin{array}{l} q^{11}\cos^2\left(\overline{n}, \overline{K}_1\right) + q^{22}\cos^2\left(\overline{n}, \overline{K}_2\right) + q^{33}\cos^2\left(\overline{n}, \overline{K}_3\right) + \\ + 2q^{13}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_1\right)\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_3\right) + 2q^{12}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_1\right)\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_2\right) + \\ + 2q^{23}\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_2\right)\cos\left(\overline{n}, \overline{K}_3\right) \end{array}\right], \quad (54)$$

де

$$\begin{aligned} q^{11} &= \frac{1}{D^2}\left[(1 + 2\varepsilon_{22})(1 + 2\varepsilon_{33}) - \varepsilon_{23}^2\right]; \\ q^{22} &= \frac{1}{D^2}\left[(1 + 2\varepsilon_{11})(1 + 2\varepsilon_{33}) - \varepsilon_{13}^2\right]; \\ q^{33} &= \frac{1}{D^2}\left[(1 + 2\varepsilon_{11})(1 + 2\varepsilon_{22}) - \varepsilon_{12}^2\right]; \\ q^{12} &= -\frac{1}{D^2}\left[\varepsilon_{12}(1 + 2\varepsilon_{33}) - \varepsilon_{23}\varepsilon_{13}\right]; \\ q^{13} &= -\frac{1}{D^2}\left[\varepsilon_{13}(1 + 2\varepsilon_{22}) - \varepsilon_{12}\varepsilon_{23}\right]; \\ q^{23} &= -\frac{1}{D^2}\left[\varepsilon_{23}(1 + 2\varepsilon_{11}) - \varepsilon_{21}\varepsilon_{13}\right]. \end{aligned} \quad (55)$$

У співвідношеннях (52), (54) $(\overline{n},\overline{K}_1,),(\overline{n},\overline{K}_2),(\overline{n},\overline{K}_3)-$ кути, що утворені нормаллю до площадки, яку розглядаємо (в положенні її до деформації), і одиничним вектором $\overline{K}_1,\overline{K}_2,\overline{K}_3$ Формула (54) виражає відношення довільної елементарної площадки тіла після деформації до її величини до деформації. На поверхні тіла можна задавати змішані граничні умови.

Як відомо, в загальному випадку нелінійної термопружності механічна й теплова задачі — нерозподільні. Рівняння теплопровідності в криволінійній системі координат матимуть вигляд [6–8]:

$$div\left[\lambda_{t.}(t)q^{ij}\,qradT\right]=0, \tag{56}$$

$$qradT=\frac{1}{H_1}\frac{\partial T}{\partial\alpha}\overline{K}_1+\frac{1}{H_2}\frac{\partial T}{\partial\beta}\overline{K}_2+\frac{1}{H_3}\frac{\partial T}{\partial\gamma}\overline{K}_3;$$

де

$$div\overline{R}=\frac{1}{H_1H_2H_3}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(H_2H_3R_1\right)+\frac{\partial}{\partial\beta}\left(H_3H_1R_1\right)+\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(H_1H_2R_3\right)\right];$$

$\lambda_t(t)-$ залежний від температури коефіцієнт теплопровідності.

Якщо на частині поверхні S_1 тіла задана температура T_a, то граничні умови мають вигляд [4–8]:

$$T=T_a. \tag{57}$$

За основні функції нелінійної термопружності приймемо компоненти вектора $\dot{u}_i$ температуру T. Через вектор функцію позначимо

$$\phi=\{u_1,u_2,u_3,T\}. \tag{58}$$

Основні рівняння терм опружності складаються з трьох диференціальних рівнянь рівноваги (13) – (15), записаних в переміщення, і рівняння теплопровідності (56). Для визначення напружено-деформованого стану і температури необхідно задати геометричну конфігурацію тіла, властивості термопружного матеріалу за допомогою залежності вільної енергії від деформації та температури, коефіцієнт теплопровідності, масові сили та граничні умови. Аналогічно (58) позначемо через F вектор-функцій, які характеризують силові й температурні дії; геометричну конфігурацію тіла, механічні та теплофізичні характеристики матеріалу

$$F=(F_1,F_2,...,F_n). \tag{59}$$

Пряму крайову задачу термопружності тепер можна записати у вигляді [5–8]:

$$L(\Phi,F)=0; \tag{60}$$

$$\Gamma(\Phi,F)=0, \tag{61}$$

де $L-$ оператор відповідає чотирьом основним рівнянням на компоненти переміщень і температуру, а оператор Γ граничним силовим і температурним умовам. Найвищий порядок похідних, які входять у рівняння (60), другий. Наприклад, у декартовій прямокутній системі координат з граничними умовами першого роду маємо [2–6]

$$L_m(\Phi,F)\equiv\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\sigma_{ij}\left(\delta_{kj}+\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\right)\right]=0_{m=1,2,3}; \tag{62}$$

$$L_4(\Phi, F) \equiv \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda_t q^{ij}\frac{\partial T}{\partial x_j}\right) = 0; \tag{63}$$

$$\Gamma_m(\Phi, F) \equiv u_m - u_m^S = 0; \tag{64}$$

$$\Gamma_T(\Phi, F) \equiv T_S - T_S^S = 0, \tag{65}$$

де $u_m^S, T_S^S -$ задані переміщення й температура на поверхні тіла.

У випадку лінійної теорії термопружності механічна й теплова задачі діляться. Основні рівняння набувають такого вигляду:

$$L_j(\Phi, F) \equiv \Delta u_j - \frac{1}{1-2\nu}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_K}{\partial x_K}\right) - \frac{2\alpha(1+\nu)}{1-2\nu}\frac{\partial \Theta}{\partial x_j}0_{\,j=1,2,3}; \tag{66}$$

$$L_4(\Phi, F) \equiv \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda_t \frac{\partial T}{\partial x_j}\right) = 0. \tag{67}$$

Пряма крайова задача термопружності (60), (61) дає змогу здійснювати спрощення в конкретних випадках; відомі способи зниження розмірності по координатах просторової задачі. При цьому вводяться системи координат, найбільш зручні для заданої конфігурації тіла. Схема побудови часткових основних рівнянь зображена [2–5]

$$L(\Phi, F) = 0 \quad \Gamma(\Phi, F) = 0.$$

При постановці оптимізаційної задачі припускаємо, що область зміни функції F обмежена

$$F^- \le F \le F^+, \tag{68}$$

де $F^-, F^+ -$ задані функції або параметри, що характеризують область можливих змін силових і температурних дій, геометричної конфігурації тіла, механічних і теплофізичних характеристик матеріалу.

Область зміни функцій Φ також може бути обмежена, тобто

$$\Phi^- \le \Phi \le \Phi^+, \tag{69}$$

де $\Phi^-, \Phi^+ -$ задані функції, що характеризують область зміни температури та компонент переміщення у тілі. Обмеження можуть задаватися на напруження, деформації, градієнт температури в середині тіла і на поверхні, а також на інші параметри задач. У зв'язку з цим обмеження оптимізаційної задачі в загальному випадку запишемо як

$$\mathrm{B}^- \le \mathrm{A}(\Phi, F) \le \mathrm{B}^+, \tag{70}$$

де $\mathrm{A} -$ заданий оператор; $\mathrm{B}^-, \mathrm{B}^+ -$ відомі функції.

Умови (70) містять нерівності (68), (69), основні рівняння (60), граничні умови (61), а також інші задані обмеження на напружено-деформований стан, на основні та невідомі функції Φ і F. Оптимізація напружено-деформованого стану полягає в тому, щоб забезпечити потрібний критерій оптимізації [8]

$$K = Q(Y) \tag{71}$$

за умови (70). Тут Q — заданий оператор; Y — функція керування

$$Y = Z(F, \Phi). \tag{72}$$

Відзначимо, що критерії оптимізації та умови (68) – (70) повинні бути узгоджені зі співвідношеннями термопружності так, щоб роз'язок задачі існував. Сформульована задача оптимізації напружено-деформованого стану на основі нелінійної просторової теорії термопружності дає змогу розглянути множину часткових задач при конкретизації функції керування (72), критерію оптимізації (71), основних рівнянь (60), граничних умов (63) і обмежень (70).

Наприклад, критерій оптимізації можна записати як [2–4]

$$\min\left(\max_{\alpha,\beta,\gamma}(\sigma_u)\right), \tag{73}$$

або

$$\min\left(\max_{\alpha,\beta,\gamma}(u_H)\right), \tag{74}$$

де σ_u – інтенсивність напружень; u_H – переміщення точок тіла в заданому напрямку.

Функцією керування (72) в сформульованій оптимізаційній задачі може бути розподіл температурного або силового поля в деякій області, пераметри геометричної кофігурації тіла або характеристики термопружного матеріалу. При числовому розв'язанні прямої задачі пружності у нестисливих тілах, крім рівнянь рівноваги, в переміщеннях потрібно задовольнити рівняння нестисливості, тобто, крім компонент переміщень і u, потрібно визначити гідростатичний тиск h. Розроблено математичну модель визначення деформацій у декельних поліграфічних матеріалах при їх розтягуванні.

Висновки. Запропоновані методи і алгоритми та програмне забезпечення дають змогу враховувати інформацію при моделюванні фізико-механічні полів. Досліджено процес формування зносостійких друкувальних елементів форм високого друку. Одержано рівняння для визначення характеристик профілю проявленого друкувального елемента залежно від параметрів фотополімерного матеріалу. Встановлено вплив умов експонування на процес профілеутворення друкувальних елементів фотополімерних форм з пластин. Виконано дослідження напружень і деформацій у пружних тілах форм офсетного друку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ogirko I. V., Irkha B. E. A study of the elastic deformations in a thermoelastic inhomogeneous solid of revolution. *Journal of Mathematical Sciences.* 1996. Vol. 79. Issue 6. Pp. 1469–1471.
2. Ogirko I. V., Zapotochnyi V. I. The stress-strain state of screen photopolymer plates. *Soviet Materials Science.* 1987. 22 (6). Pp. 640–643.
3. Ogirko I. V. Temperature field, optimum with regard to stresses, in a local region of a flexible structure. *Strength of Materials.* 1986. 18 (2). Pp. 209–213.
4. Ogirko I. V. Stress-Optimal Temperature Field in the Local Region of a Flexible Structure. *Problemy Prochnosti*. 1986. (2). Pp. 69–72.
5. Дуб Я. И., Огирко И. В., Ясинский М. Ф. Напряженно-деформированное состояние фотополимерных печатных форм. Львов : Изд-во ФМИ, 1987. 70 с.
6. Куропась Р. С., Огирко И. В. Оптимизация деформации печатных форм на основе теории оболочек. Львов : «Вища школа» Изд-во при Львов. гос. ун-те, 1987. 160 с.

7. Дуб Я. І., Огірко І. В., Ясінський М. Ф. Математичне моделювання друкарських форм ротаційних машин. Львів : «Вища школа». Вид-во при Львів. ун-т, 1987. 250 с.
8. Ясінський М. Ф. Теоретичні і прикладні основи формування та оцінювання зносостійкості фотополімерних друкарських форм : дис. на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук : 05.05.01 «Машини і процеси поліграфічного виробництва» / Українська академія друкарства МОН України. Львів, 2020. 350 с.

REFERENCES

1. Ogirko, I. V., & Irkha, B. E. (1996). A study of the elastic deformations in a thermoelastic inhomogeneous solid of revolution: Journal of Mathematical Sciences, 79, Issue 6, 1469–1471 (in English).
2. Ogirko, I. V., & Zapotochnyi, V. I. (1987). The stress-strain state of screen photopolymer plates: Soviet Materials Science, 22 (6), 640–643 (in English).
3. Ogirko, I. V. (1986). Temperature field, optimum with regard to stresses, in a local region of a flexible structure: Strength of Materials, 18 (2), 209–213 (in English).
4. Ogirko, I. V. (1986). Stress-Optimal Temperature Field in the Local Region of a Flexible Structure: Problemy Prochnosti, (2), 69–72 (in English).
5. Dub, Ja. I., Ogirko, I. V., & Jasinskij, M. F. (1987). Naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie fotopolimernyh pechatnyh form. L'vov : Izd-vo FMI (in Russian).
6. Kuropas', R. S., & Ogirko, I. V. (1987). Optimizacija deformacii pechatnyh form na osnove teorii obolochek. L'vov : «Vishha shkola» Izd-vo pri L'vov. gos. un-te (in Russian).
7. Dub, Ya. I., Ohirko, I. V., & Yasinskyi, M. F. (1987). Matematychne modeliuvannia drukarskykh form rotatsiinykh mashyn. Lviv : «Vyshcha shkola». Vyd-vo pry Lviv. un-t (in Ukrainian).
8. Yasinskyi, M. F. (2020). Teoretychni i prykladni osnovy formuvannia ta otsiniuvannia znosostiikosti fotopolimernykh drukarskykh form : dys. na zdobuttia naukovoho stupenia doktora tekhnichnykh nauk : 05.05.01 «Mashyny i protsesy polihrafichnoho vyrobnytstva» / Ukrainska akademiia drukarstva MON Ukrainy. Lviv (in Ukrainian).

doi: 10.32403/2411-3611-2020-2-38-98-112

METHODS OF COMPUTER MODELING OF PHYSICAL AND MECHANICAL FIELDS IN PRINTING INDUSTRY

M. F. Yasinsky, L. M. Yasinska-Damry, O. I. Ohirko, I. V. Ohirko

Ukrainian Academy of Printing,
19, Pid Holoskom St., Lviv, 79020, Ukraine
ogirko@gmail.com

Methods of modeling of physical and mechanical fields which take into account technical and technological, geometrical and physical information are offered. When solving boundary value problems of mathematical physics and creating systems for studying fields of different physical nature, it is important to take into account technical *and technological tolerances for geometric and physical information. Therefore, there is a need to develop field calculation systems in order to obtain a solution and expert opinion. A printing machine is a complex mechanical system. When designing the elements of printing machines, printing plates, fastening systems, it is necessary to take into account the processes of their manufacturing, processing and operation. The efficiency of the computational computer experiment in the study is shown. Building mathematical models requires the research and development of methods. Numerical modeling of nonlinear systems has become a separate mathematical field that combines theoretical research with a computational experiment. The field of research of numerical modeling methods is formed by classes of problems of application of mathematical modeling methods, optimization and application of computational experiment methods. The components of the process of numerical modeling are: problem analysis; decomposition of the problem into a sequence of simpler and application of methods of mathematical modeling, optimization; development of methods and modification of known; conducting a computational experiment and synthesis based on the obtained solutions. When conducting experiments, the identification of the mathematical model is based on experimental data.*

Keywords: *modeling, computer experiment, physical problem, mathematical modeling, physical-mechanical field, boundary value problem, problem solution.*

Стаття надійшла до редакції 19.11.2020.
Received 19.11.2020.